

基于斜投影的卷积信道盲信号分离

彭春翌, 朱孝龙, 张贤达

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 为实现卷积混合信号的盲分离, 提出了一种基于斜投影的子空间方法, 首先设计“过去”、“现在”和“未来”的观测数据空间, 并通过斜投影将卷积混合转化成为线性瞬时混合; 然后采用静态分离算法重构源信号。该方法利用了观测数据矩阵的结构信息直接获得线性瞬时混合的数据模型, 不需要进行高维空间代价函数的优化, 运算量相对小。计算机仿真验证了算法的有效性。

关键词: 盲信号分离; 独立分量分析; 卷积混合; 斜投影

中图分类号: TN 911.23

文献标识码: A

文章编号: 1000-0054(2005)04-0517-04

Blind separation of convolutive mixtures using oblique projections

PENG Chunyi, ZHU Xiaolong, ZHANG Xianda

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract A subspace-type algorithm is developed for the blind separation of convolutive mixtures. The model includes three data matrices labeled as “the past”, “the present”, and “the future” to reformulate the convolutive mixing model into a static model via oblique projections. A linear blind separation algorithm is then used to reconstruct the original sources. The algorithm makes full use of the structure information inherent in the problem to obtain a deterministic solution to the first stage, which reduces the computational costs. Computer simulations validate the algorithm's effectiveness.

Key words: blind source separation; independent component analysis; convolutive mixture; oblique projection

在无线通信、雷达、语音以及地震信号处理等很多场合, 传感器接收的信号是当前时刻的源信号和由多径传输引起的其他时刻的源信号共同作用的结果。仅利用这样的观测数据重构源信号称为卷积信道的盲信号分离, 它是当前信号处理领域的一个热点课题。

卷积信道的盲信号分离主要有 3 类技术: 时域方法、频域方法和子空间方法。时域方法往往比较复杂, 收敛性能一般^[1]。频域方法通过短时加窗 Fourier

变换将时域信号的卷积混合转化为频域的瞬时混合, 并在频域运行静态(即线性瞬时)盲分离算法, 最后对不同频率点的输出信号作 Fourier 反变换, 以获得期望的源信号。不同频率点的输出信号的幅度和排列顺序的正确匹配是频域方法的难点, 而且运算量相当惊人^[2]。

新近提出的子空间方法一般分两个阶段来实现卷积信道的盲信号分离。文[3]通过优化某个子空间的代价函数获得源信号的线性瞬时混合模型, 然后采用静态分离算法重构源信号(先去卷积后分离信号)。文[4]先通过子空间方法提取各个独立分量(每个输出分量是某个源信号不同时刻的线性混合), 然后采用单输入多输出盲信道辨识算法重构源信号(先分离信号后去卷积)。两种方案中, 前者不考虑噪声, 后者要求源信号是非平稳的, 并具有不同的有色功率谱。文[5, 6]将斜投影成功应用于单输入多输出系统的盲辨识, 效果显著, 并能应付观测信号受加性有色噪声污染的情况。本文提出将斜投影^[7]应用到卷积混合信号的盲分离问题, 既是对文[5, 6]的已有结果向多输入多输出系统盲辨识问题的推广, 同时也是对盲信号分离的子空间方法的进一步充实和发展。

1 系统模型

在信号处理、神经网络和统计学的研究中, 观测数据常常可以用数学模型

$$x(t) = A(t) * s(t) = \sum_{\tau=0}^L A(t-\tau) s(\tau) \quad (1)$$

来描述, 式中 $x(t)$ 和 $s(t)$ 分别表示 t 时刻的观测信

收稿日期: 2004-04-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60375004);

博士点专项科研基金资助项目 (20020003062);

中国博士后科学基金资助项目 (2004035061)

作者简介: 彭春翌(1981-), 女(汉), 北京, 硕士研究生。

通讯联系人: 张贤达, 教授,

E-mail: zxd@dau@mail.tsinghua.edu.cn

号向量和源信号向量。A (t) 为 N × M 的信道传递函数, “*”表示卷积运算。不失一般性, 这里假定传输信道是一个因果的 L + 1 阶的有限冲激响应系统。

如果把连续若干时刻的接收信号向量按如下方式构造观测数据矩阵

$$X_{a|a+i-1} = \begin{bmatrix} x(a) & \dots & x(a+j-1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x(a+i-1) & \dots & x(a+i+j-2) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

j 是观测数据矩阵的列数。类似地定义源信号矩阵 S_{a-L|a+i-1}, 则根据式(1)有

$$X_{a|a+i-1} = A S_{a-L|a+i-1}, \quad (3)$$

其中 A_i 是一个 N i × M (L + i) 的块 Toeplitz 矩阵: 前 N 行由 A(L), A(L - 1), ..., A(0) 以及 i - 1 个 N × M 的零矩阵组成, 前 M 列由 A(L) 以及 i - 1 个 N × M 的零矩阵组成。

卷积信道的盲信号分离旨在根据模型(1)或(3)重构源信号。为此, 通常假定^[3,5,6]:

- 1) 源信号分量 s_m(t), m = 1, 2, ..., M, 是统计独立的;
- 2) 每个源信号 s_m(t) 的线性复杂度大于 2L + 2i;
- 3) A_i 是列满秩矩阵。

假设 1) 是盲信号分离的前提和立足点, 与许多实际情况也是相符的。假设 2) 和 3) 保证输入信号子空间与输出信号子空间相等价, 若存在 i_0 满足 A_{i_0} 列满秩, 则对任意的 i > i_0, X_{a|a+i-1} 与 S_{a-L|a+i-1} 张成相同的行子空间^[6]

$$R\{X_{a|a+i-1}\} = R\{S_{a-L|a+i-1}\}. \quad (4)$$

2 算法实现

在推导具体的盲信号分离算法之前, 先介绍斜投影的基本知识。考虑 p × j 的矩阵 P 和 q × j 的矩

$$Z_1 = \begin{bmatrix} W_1(1 \quad (L-1)N, M+1 \quad jM) - W_1(N+1 \quad LN, 1 \quad (j-1)M) \\ W_1((L-1)N+1 \quad LN, M+1 \quad jM) \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} W_2(1 \quad N, 1 \quad (j-1)M) \\ W_2(N+1 \quad LN, 1 \quad (j-1)M) - W_2(1 \quad (L-1)N, M+1 \quad jM) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$Z = \begin{bmatrix} O_{N \times j} \\ Z_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_2 \\ O_{N \times j} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

其中 O_{N × j} 表示 N × j 的零矩阵, 把式(7)和(8)代入式(9)——(11), 得到

$$Z = \tilde{A} [s(kk+i+1) \dots s(kk+i+j-1)], \quad (12)$$

阵 Q, 沿着 Q 在 P 上的斜投影算子 E_{P|Q} 定义为^[5]

$$E_{P|Q} = [P^H \quad Q^H] \begin{bmatrix} PP^H & PQ^H \\ QP^H & QQ^H \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} P \\ Q \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中 B^* 是 B 的广义逆矩阵。不难证明:

$$PE_{P|Q} = P, \quad QE_{P|Q} = O. \quad (6)$$

因此, 习惯称 P 为 E_{P|Q} 的投影空间, Q 为 E_{P|Q} 的投影方向空间。作为正交投影的一种扩展, 斜投影算子不要求子空间 P 和 Q 相互正交。从几何角度上看, 斜投影将向量沿着子空间描述的方向做类似的平行四边形分解, 而正交投影则做相应的矩形分解。

参照单输入多输出系统的盲辨识方法^[5], 构造“过去”、“现在”和“未来”的观测信号矩阵 X_{pa} = X_{kk+1|kk+i}, X_{pr} = X_{kk+i+1|kk+i+L} 和 X_{fu} = X_{kk+i+L+1|kk+2i+L}。根据性质(4), 其行空间分别与源信号矩阵 S_{kk+1-L|kk+i}, S_{kk+i+1-L|kk+i+L} 和 S_{kk+i+1|kk+2i+L} 张成的行空间等价, 因此“现在”的观测信号空间位于“过去”和“未来”观测信号张成的行空间之中。若以 X_{pa} 和 X_{fu} 为投影空间和投影方向空间构造斜投影, 则可以分别提取出 X_{pr} 在 X_{pa} 和 X_{fu} 中的分量:

$$W_1 = X_{pr} E_{X_{pa}|X_{fu}} = A_L (1 \quad LN, 1 \quad LM), \quad (7)$$

$$W_2 = X_{pr} E_{X_{fu}|X_{pa}} = A_L (1 \quad LN, LM+1 \quad 2LM), \quad (8)$$

其中: A_L 是一个 NL × 2ML 的块 Toeplitz 矩阵, 与模型(3)中的 A_i 具有相似的定义; B(a ·· b, c ·· d) 表示由矩阵 B 的第 a 行到第 b 行第 c 列到第 d 列构成的子矩阵。

利用 W_1 和 W_2 的结构信息, 构造相应的矩阵:

其中 \tilde{A} = [A^T(0) \quad 2A^T(1) \quad \dots \quad 2A^T(L-1) \quad A^T(L)]^T。数据矩阵的列数 j 越大, 系统性能越优, 所以一般选择 j ≫ M。另外根据假设 3) 有 N > M, 因此式(12)表明 Z 的秩等于 M, 它是秩亏损矩阵。

对于 $M = 1$ 的单输入多输出系统, 式 (12) 中的 Z 是一个秩为 1 矩阵, 从而通过奇异值分解可获得真实的信道和信号信息^[6] (但存在一个任意常数因子的不确定性)。对于卷积信道的盲信号分离问题 $M > 1$, Z 的奇异值分解 $Z = UWV^H$ 的右奇异矩阵 V 包含了希望分离的源信号信息。有下面的关系式:

$$V(1 \quad (j-1)M, 1 \quad M)^H = P[s(kk+i+1) \dots s(kk+i+j-1)], \quad (13)$$

其中 P 是一个 $M \times M$ 的非奇异矩阵。显然, 这是一种线性瞬时混合数据模型, 对其运行静态盲分离算法可重构出希望分离的源信号。

上述推导假设卷积信道的阶数 L 和源信号的数目 M 已知, 如果这两个参数未知, 情况则要复杂得多。其中, 源信号的数目 M 等于矩阵 Z 的秩, 可以通过奇异值分解的定阶方法确定。如何实现未知信道阶数的单(多)输入多输出系统的盲辨识是当前尚未有效解决的一个难题, 已超出本文的讨论范围。

我们强调, 本文提出的算法利用斜投影直接将源信号的卷积混合转化为线性瞬时混合, 而这一点在文[3]中是通过梯度下降法优化某个子空间的代价函数实现的。另外, 本文方法对数据矩阵进行奇异值分解, 从而具有一定的噪声抑制能力。作为子空间方法的一个共同局限, 本文方法以及文[3]方法都要求接收天线的数目 N 严格大于源信号的数目 M 。

3 计算机仿真与分析

为验证所提算法的有效性, 考虑两个调制信号: $s_1(k) = \sin(6\pi k/1000) \sin(4\pi k/25)$ 和 $s_2(k) = \sin(\pi k/50 + \sin(\pi k/500))$ 的盲分离, 其波形如图 1 所示。采用^[8]3 个接收天线, 卷积信道的阶数为 2, 即

$$A = [A(0) \quad A(1)] = \begin{bmatrix} -1.1844 & 0.2255 & 1.8042 & -1.8634 \\ 0.6813 & 0.5328 & -0.8221 & -0.3542 \\ -0.5626 & 0.3565 & -0.6966 & -0.4997 \end{bmatrix}$$

实验数据长度 4 000, 斜投影算法中数据矩阵参数 $i = 5, j = 200$ 。作为比较, 同时运行文[3]提出的算法, 并取长度参数 $p = 7$ 。仅考虑将卷积混合转化为线性瞬时混合这个阶段的运算量的主要部分, 本文算法需要对 $2N(i+L) \times j = 36 \times 200$ 的矩阵进行 LQ 分解和 $(L+1)N \times (j-1)M = 6 \times 398$ 的矩阵进行奇异值分解; 而文[3]的算法需要对 $N(p+1)(p+L+1) \times N(p+1)(p+L+1) = 216 \times 216$ 的矩阵为变量的函数进行优化(如梯度下降法)。显然, 本

文算法的运算量要小很多。对获得的瞬时数据模型, 两种方法均采用基于自然梯度的递推最小二乘法^[9]重构源信号, 其遗忘因子由初值 0.975 经过 1 500 次迭代线性递增到 0.999, 并最终稳定在 0.999。大量的 Monte Carlo 仿真实验表明: 结合静态分离算法, 本文方法以及文[3]提出的子空间方法都能有效地实现卷积信道的盲信号分离, 但本文方法的运算量要小很多。图 2 是本文方法某一次的分离结果(观测信号不含加性噪声), 文[3]方法的分离结果略差于图 2, 限于篇幅省略未画出。

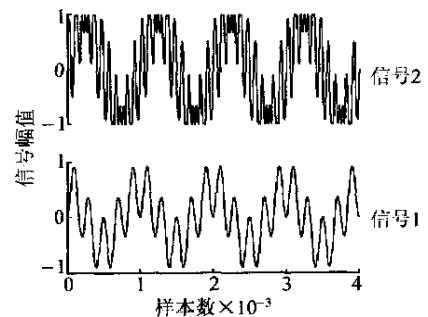


图 1 源信号的波形

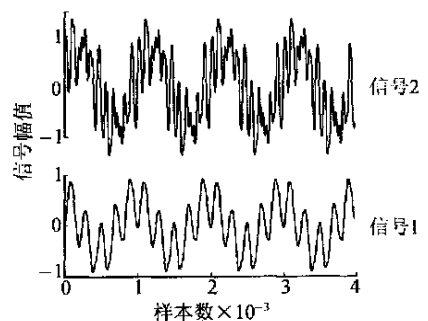


图 2 本文方法分离结果

用归一化的均方误差

$$NRMSE = \sqrt{\frac{1}{N_k} \sum_{k=1}^{N_k} \frac{\hat{s}(k) - s^2}{s^2}}, \quad (14)$$

来衡量两种算法的统计性能, 其中 $\hat{s}(k)$ 是第 k 次的分离结果, N_k 表示 Monte Carlo 仿真的次数。图 3 显示了 $N_k = 100$, 信噪比(加性 Gauss 白噪声)在 0 dB 到 50 dB 范围时两种方法的统计结果。不难看出, 本文方法能更好地实现盲信号分离, 尤其在低信噪比情况下, 其性能明显优于文[3]的方法。这与理论分析是一致的, 因为本文方法通过奇异值分解构造瞬时混合数据模型(13), 从而具有一定的噪声抑制能

力。另一方面,斜投影技术也提供了一部分的噪声抑制能力,并且数据长度 j 越大,对噪声的处理能力也越强(这一点与单输入多输出系统的盲辨识问题^[5]相类似)。图4给出了 j 在50到800之间的本文算法的归一化均方误差值,其中上两条曲线对应的信噪比为0 dB,下两条曲线对应的信噪比为30 dB。

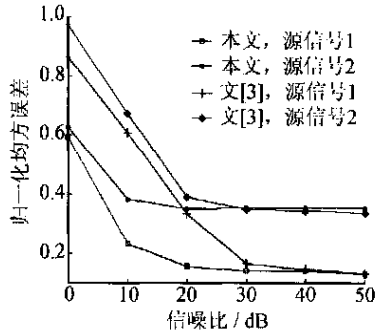


图3 不同信噪比下的归一化均方误差

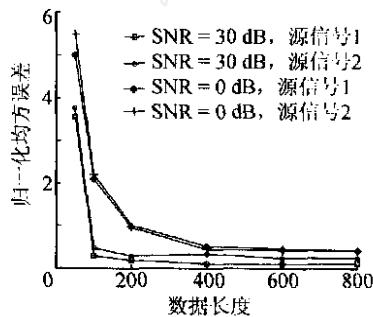


图4 不同数据长度的归一化均方误差

4 结论

本文提出了一种基于斜投影的子空间方法,它将卷积混合信号的盲分离问题分成两个阶段进行:先去卷积后分离信号。因为利用了数据模型的结构信息,斜投影可以直接将信号的卷积混合转化为线性瞬时混合,从而不需要进行高维空间代价函数的优化,运算量相对小。另外,由于采用奇异值分解,本

文方法还具有一定程度的噪声抑制能力,计算机仿真验证了这一点。

本文提出的方法是一种批处理的子空间算法,要求观测天线的数目严格大于源信号的数目。源信号的数目等于或大于观测信号的数目,卷积信道随时间动态变化以及斜投影的自适应实现等都是值得进一步探索的研究课题。

参考文献 (References)

- [1] Sun X A, Douglas S C. Adaptive paraunitary filter banks for contrast-based multichannel blind deconvolution [A]. ICA SSP'2001 [C]. Salt Lake City, USA, May 7-11, 2001. 2753-2756
- [2] Araki S, Mukai R, Makino S, et al. The fundamental limitation of frequency domain blind source separation for convolutive mixtures of speech [J]. *IEEE Trans Speech and Audio Processing*, 2003, 11(2): 109-116
- [3] Mansour A. A mutually referenced blind multiuser separation of convolutive mixture algorithm [J]. *Signal Processing*, 2001, 81(11): 2253-2266
- [4] HUA Yingbo, AN Senjian, XIANG Yong. Blind identification of FIR MIMO channels by decorrelating subchannels [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2003, 51(5): 1143-1155
- [5] Vandaele P, Moonen M. Two deterministic blind channel estimation algorithms based on oblique projections [J]. *Signal Processing*, 2000, 80(3): 481-495
- [6] YU Xiang, TONG Lang. Joint channel and symbol estimation by oblique projections [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 2001, 49(12): 3074-308
- [7] Behrens R T, Scharf L L. Signal processing applications of oblique projection operators [J]. *IEEE Trans Signal Processing*, 1994, 42(6): 1413-1424
- [8] YE Zhongfu, CHANG Chunqi, WANG Chen, et al. Blind Separation of convolutive mixtures based on second order and third order statistics [A]. ICA SSP'2003 [C]. Hong Kong, China, April 6-10, 2003. 305-308
- [9] ZHU Xiaolong, ZHANG Xianda, YE Jimin. Natural gradient-based recursive least-squares algorithm for adaptive blind source separation [J]. *Science in China*, 2004, 47(1): 55-65